

**Aufgaben:**

Es ist der Torsionsmodul  $G$  von zwei Werkstoffen aus Drehschwingungen zu bestimmen (Angabe in  $N/m^2$ ), ebenso das Trägheitsmoment  $J_s$  der Drehscheibe um ihre Achse (Angabe in  $kg \cdot m^2$ ).

**Gundlagen:**

An der Oberfläche A eines Würfels greife parallel zu seiner festgehaltenen Grundfläche eine Kraft F, die Schub- oder Scherkraft, an. Sie verformt den Körper in der Weise, dass die senkrecht zur Krafrichtung stehende Fläche um den "Scherungswinkel"  $\gamma$  gedreht wird. (Abb.1).

Für kleine Auslenkungen gilt das HOOKSche Gesetz:

$$\gamma = \frac{1}{G} \cdot \frac{F}{A}$$

$G$  ist eine Materialkonstante und heißt Scherungs- oder Torsionsmodul, da er besonders bei Verdrillungen auftritt. Er ist ein Maß für die Form-Elastizität des Materials. Beim Verdrillen eines Drahtes um seine Achse beispielsweise wird das Material auf Scherung beansprucht. Abb. 2 zeigt ein Volumenelement des Drahtes unter dem Einfluss der Scherbeanspruchung.

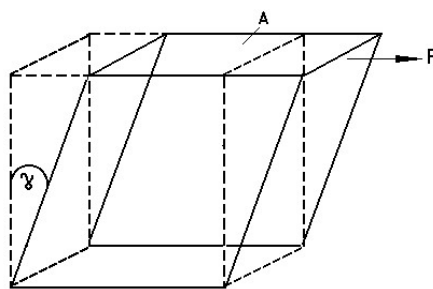


Abb.1

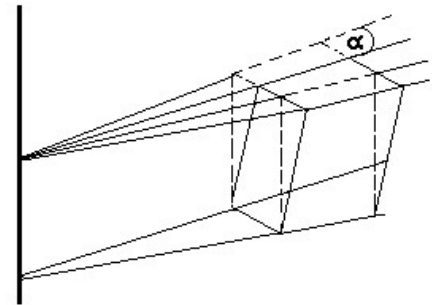


Abb.2

Beim Verdrillen um den Winkel  $\alpha$  tritt ein diesem Winkel proportionales, rücktreibendes Drehmoment  $M$  vom Betrag

$$M = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{R^4}{l} \cdot G \cdot \alpha$$

auf.  $R$  ist dabei der Radius,  $l$  die Länge des Drahtes. Da  $M$  sich proportional zu  $\alpha$  verhält, ist somit die Voraussetzung für Drehschwingungen gegeben, wobei das Richtmoment

$$D = \frac{M}{\alpha} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{R^4}{l} \cdot G \quad (1)$$

beträgt. Ist  $J$  das Trägheitsmoment der Anordnung, so beträgt die Schwingungsdauer  $T$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (2)$$

**Durchführung:**

Die am Torsionsdraht befestigte Drehscheibe wird in Drehschwingungen versetzt. Die Amplitude soll nur etwa  $10^\circ$  betragen. Nun wird mindestens zweimal die Zeit für 50 Schwingungen ohne die vier Zusatzscheiben gemessen, dann ebenso mit den vier Zusatzscheiben. Außerdem sind die erforderlichen Längenmessungen durchzuführen.  $R$  ist mit dem Schraubenmikrometer besonders sorgfältig an mehreren Stellen des Drahtes zu messen und dann zu mitteln.

(Als Zahlenbeispiel: Ein  $\Delta R$  von  $0,05\text{mm}$  ergibt bei  $R = 2\text{mm}$  ein  $\frac{\Delta G}{G}$  von 10%.)

**Auswertung:** Ohne Zusatzscheiben schwingt die Drehscheibe mit dem Trägheitsmoment  $J_s$ . Die aufgelegten Zusatzscheiben vergrößern das Trägheitsmoment auf  $J_s + J_z$ . Entsprechend werden nach Gl. (2) die beiden Schwingungsdauern

$$T_s = 2\pi\sqrt{\frac{J_s}{D}} \quad \text{und} \quad T_{s+z} = 2\pi\sqrt{\frac{J_s + J_z}{D}} \quad (3)$$

gemessen. Das Richtmoment  $D$  ist in beiden Fällen dasselbe und durch Gl. (1) gegeben. Die Gleichungen (3) können als zwei Gleichungen für die Unbekannten  $J_s$  und  $D$  aufgefasst werden.  $J_z$  lässt sich mit dem STEINERSchen Satz berechnen zu

$$J_z = 4 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot m \cdot a^2 + m \cdot b^2 \right) \quad (4)$$

Dabei ist  $a$  der Radius der Zusatzscheiben,  $b$  ist ihr Abstand von der Drehachse. Die Auflösung der Gleichungen (3) ergibt:

$$J_s = J_z \frac{T_s^2}{T_{s+z}^2 - T_s^2} \quad \text{und} \quad D = J_z \frac{4\pi^2}{T_{s+z}^2 - T_s^2} \quad (5)$$

Aus  $D$  kann schließlich  $G$  nach Gleichung (1) berechnet werden.

**Angaben:**

Die Masse der Zusatzscheiben beträgt je  $(783 \pm 1)\text{g}$ .

**Literatur:**

z.B. Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik;  
W. Walcher, Praktikum der Physik.